

**CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
”SPIRU HARET”**

EDIȚIA A XXII-A, 20 MAI 2023

**Filiera tehnologică: profilurile tehnic, servicii, resurse naturale și
protecția mediului**

CLASA A IX - A

1. Fie expresia $E(x) = 4 \cdot \{x\}^2 - 4 \cdot \{x\} + 1$, unde x este număr real.
 - a) Verificați dacă numărul $a = 4 \cdot E(-\frac{3}{4}) + 1$ este număr natural prim.
 - b) Arătați că $E(\sqrt{2023} + 1) = E(\sqrt{2023} - 1)$.
 - c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $E(\frac{2x+5}{4x+2}) = 0$.
2. Se consideră numerele naturale impare consecutive date sub forma următorului tabel, în care linia n conține n numere:

1				
3	5			
7	9	11		
13	15	17	19	
...

- a) Calculați suma elementelor de pe primele 7 linii.
 - b) Determinați primul și ultimul element de pe linia n .
 - c) Stabiliți pe a câta linie se află numărul 2023.
3. a) Fie $a, b, c \in \mathbb{R}^*$ astfel încât $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} = 0$. Arătați că ecuația $ax^2 + bx + c = 0$ are rădăcini reale de semne contrare.
 - b) Dacă $a, b \geq 4$, atunci cel puțin una din ecuațiile:
$$x^2 + ax + b = 0 \quad , \quad x^2 + bx + a = 0$$
are o rădăcină reală.
4. Se consideră triunghiurile ABC și $A'B'C'$.

- a) Dacă M este mijlocul segmentului AB , arătați că $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$.
 - b) Demonstrați că $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$, unde G este centrul de greutate al triunghiului ABC .
 - c) Arătați că dacă centrele de greutate ale celor două triunghiuri coincid, atunci:

$$\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \vec{0}.$$

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este punctat de la 0 la 7.

Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.